

LISTA 2 – CAŁKI NIEWŁAŚCIWE

1. Korzystając z definicji zbadać zbieżność podanych całek niewłaściwych pierwszego rodzaju:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2} dx, & \text{(c)} \int_0^{+\infty} x e^{-x} dx, & \text{(e)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2x} dx, \\ \text{(b)} \int_{-\infty}^0 \frac{x}{x^2+1} dx, & \text{(d)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9}, & \text{(f)} \int_0^{+\infty} \operatorname{arctg} x dx. \end{array}$$

2. Zbadać zbieżność i zbieżność bezwzględną podanych całek niewłaściwych pierwszego rodzaju:

$$\text{(a)} \int_1^{+\infty} \frac{\sin^3 x}{x^2} dx, \qquad \text{(b)} \int_2^{+\infty} \frac{x \cos x}{(x^2-1)^3} dx.$$

3. Korzystając z definicji zbadać zbieżność podanych całek niewłaściwych drugiego rodzaju:

$$\text{(a)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[5]{1-x}}, \qquad \text{(b)} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{dx}{\sin^2 x}, \qquad \text{(c)} \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2-1}.$$

4. Korzystając z kryterium porównawczego zbadać zbieżność podanych całek niewłaściwych:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \int_0^{+\infty} e^{-2x} \sin^2 x dx; & \text{(c)} \int_{\pi}^{+\infty} \frac{x}{x^2+\cos x} dx; & \text{(e)} \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{x^3}} dx. \\ \text{(b)} \int_2^{+\infty} \frac{x}{x^2-\operatorname{arctg} x} dx; & \text{(d)} \int_0^2 \frac{e^x}{x^3} dx; & \end{array}$$